

Title	GeoGebraの利用と開発の現状 (数式処理と教育)
Author(s)	和地, 輝仁
Citation	数理解析研究所講究録 (2011), 1735: 30-47
Issue Date	2011-04
URL	http://hdl.handle.net/2433/170804
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

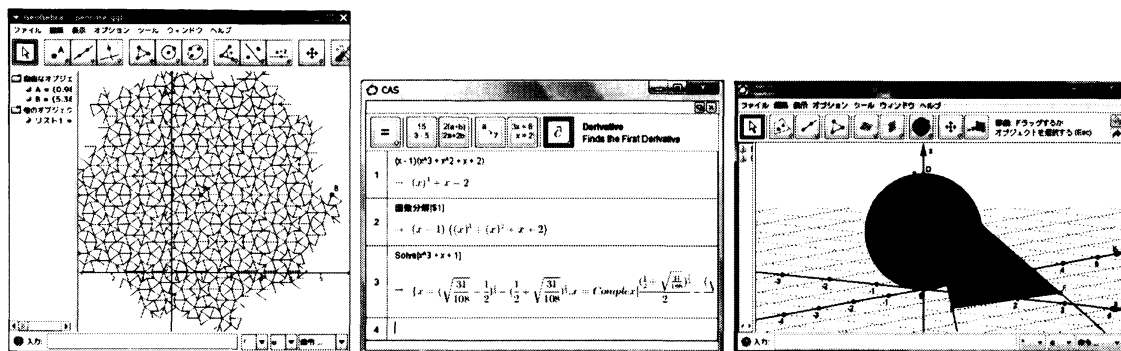
GeoGebraの利用と開発の現状

北海道教育大学 和地 輝仁 (Akihito Wachi)
Hokkaido University of Education

1 序

本稿では、最近、世界的な規模で利用者が増えつつある数学ソフトウェアの GeoGebra について、利用の現状や最新の開発状況を中心に報告する。GeoGebra は、当初は動的幾何ソフトウェアと呼ぶのがふさわしく、代数、幾何、解析を統合した点が特徴であった。開発の進展にともない表計算の機能なども取り入れられ、現在は数学ソフトウェア (free mathematics software for learning and teaching [2]) という呼称が用いられている。GeoGebra は Java で記述されており、OS によらず実行が可能である。また、Web Start¹を利用して、インターネット接続があれば常に最新版を利用でき、接続がなくてもコンピュータにキャッシュされたプログラムを実行できるようになっている。2010 年 12 月 3 日現在の最新バージョンは、Web Start が 3.2.45、開発中のベータ版が 3.9.118.0 である。

左から、GeoGebra, GeoGebraCAS, GeoGebra3D



第 2 節では、GeoGebra の開発者や国内外のコミュニティーについて簡単に紹介する。第 3 節では、作図の例をいくつか紹介する。GeoGebra の特徴である代数、幾何、解析の統合や、アニメーション機能、自動定理証明を中心に紹介したい。第 4 節では、GeoGebra を教材として利用している国内の事例を紹介する。第 5 節では、最新の開発状況を紹介する。特に、3 次元の図形を作図できる GeoGebra3D や、数式処理システムを大きく採り入れた GeoGebraCAS は、ベータ版が既に利用可能である。第 6 節以降では、講演では話せなかったものも含めて、利用において有用と思える情報をこの機会に紹介する。まず、第 6 節では、画像、 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ のソースファイル、ウェブページなどへのエクスポートの機能について紹介する。第 7 節では、作図の過程を矢印ボタンをクリックすることで

¹Java のアプリケーションを自動的にダウンロード、インストール、必要であればアップデートして実行する仕組み

再現できるなどの、作図手順に関する機能をを紹介する。第8節では、ユーザ定義のツールの作成方法を紹介する。ツールの作成方法も GeoGebra の特徴の1つであり、作成したツールは既存のツールと同等に扱える。さらに、ツールを作成することは GeoGebra におけるプログラミングに相当するため、プログラミング言語としての GeoGebra の側面も紹介する。最後に、第9節では、現在利用可能なインターネット上の情報をまとめておく。

また、2009 年の数理解析研究所研究集会「数式処理と教育」講究録の、福岡大の濱田氏による「大学初年級における GeoGebra の教育利用」[1] も参照されたい。

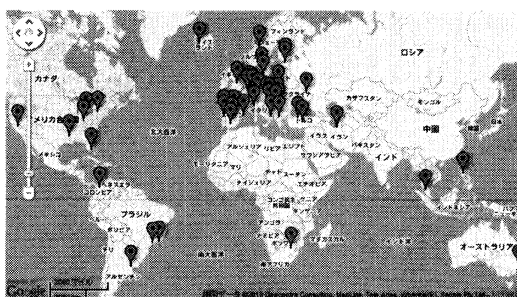
2 GeoGebra の紹介

GeoGebra は、オーストリアの Johannes Kepler University 大学に所属する Markus Hohenwarter 氏を中心に開発された動的数学ソフトウェアである。彼が 2001 年に最初のプロトタイプを開発し、現在は彼を中心とする国際的なグループにより開発されている。Markus はこの開発を通じて PhD を取得し、GeoGebra は教育ソフトウェアやフリーソフトウェアの多数の賞も受賞している [2, Awards]。その他の開発者としては、主プログラマである Michael Borchers (イギリス)、ドキュメントなどを担当する Judith Hohenwarter (オーストリア) らがおり、活発に活動している。

多言語化が進んでおり、アプリケーションのインターフェイス (メニューやダイアログなど)、マニュアル、ウェブサイトなどが、日本語を含む数十か国語に翻訳されている。インターフェイスが翻訳された言語数は 50 を超えている。日本語への翻訳は筆者が担当しており、余談ではあるが、協力して下さる方を随時募集中である。

例えば、南半球のオーストラリアでは、既に学校の授業に組み込まれていると聞いた。ちなみに、オーストラリアは、20 年程前からグラフ計算機が授業に取り入れられていた国であり、学校教育への導入という点では例外的に進んでいると思われる。他の国でも普及は進んでいて、開発者グループへの届け出により設立される GeoGebra Institute と呼ばれるコミュニティが各国で立ち上がっている。GeoGebra Institute は、学校教員が参加するワークショップを開催したり、時には国際的な会議を開くなどの活動を行っている。下の地図を見ると、Markus の所属のあるオーストリアを含むヨーロッパでの普及が進んでいるのがわかる。

GeoGebra Institute の分布



反面、日本における普及はなかなか進んでいない。2009 年 7 月にオーストリアのリン

ツにある (ブッフベルガーが設立した) 研究所 RISC で開催された, 第 1 回 International GeoGebra Conference に参加した印象では, 教育の自由度や教育に対する考え方といった点がヨーロッパ諸国と日本では大きく異なり, 外国と同じ方法で普及を進めることは, 必ずしも適切ではないようだ. 開発者グループからは, 日本における GeoGebra Institute の設立について, 東邦大学の高遠氏や筆者への強い働きかけがあり, 前向きに考えるとともに, 日本に合った活動方法を考えているところである.

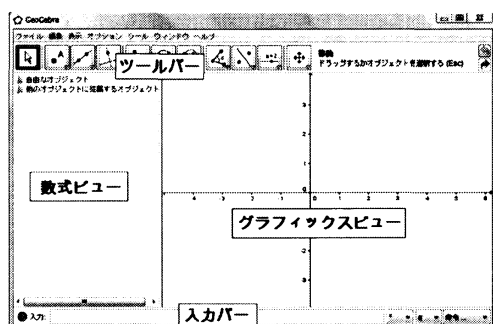
3 作図の例

いくつかの例を通して, 基本的な使用方法を紹介するとともに, GeoGebra の特徴である代数, 幾何, 解析の統合や, アニメーション機能, 自動定理証明などを説明したい. ここで紹介し切れない機能としては, 通常の幾何ソフトウェアに共通な, 垂直二等分線などの直線, 多角形, 円の作図, あるいは, 平行移動や回転移動のような合同変換などがある. さらに, GeoGebra には表計算の機能もあるがこれも本稿では割愛する.

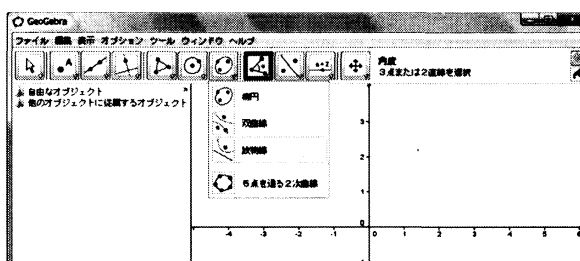
3.1 ツールを用いた 2 次曲線の作図

GeoGebra を起動すると, ウィンドウ上部の「ツールバー」にアイコンが並んでいて, クリックするとツールを選択できる. また, アイコンの隅の矢印をクリックすると, 似た機能のツールのプルダウンメニューが現れ, そちらを選択することもできる.²

各部の名称



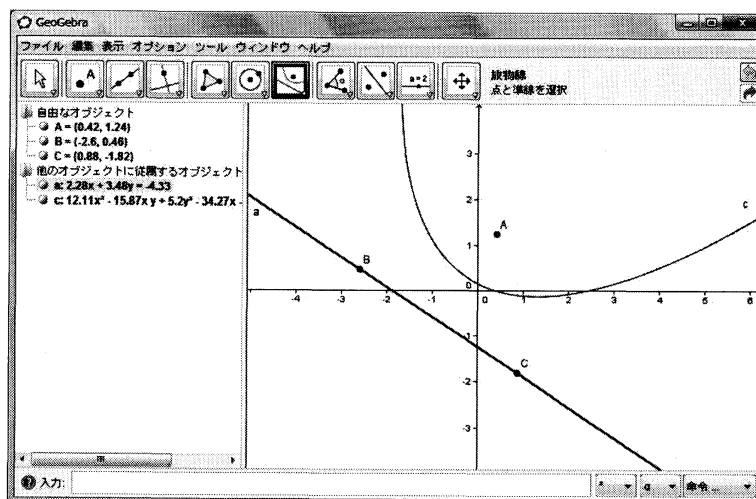
ツールバーとツールボックス



この中から「放物線ツール」を選ぶと, (ウィンドウが十分な幅を持っていれば) ツールバーの右隣にその説明が現れる. その説明に従い, グラフィックスビュー (座標平面が書かれた区画) 上で焦点と準線を順にクリックすると, 放物線が描かれる. 点や直線は, 事前に「新規の点ツール」や「直線ツール」で作成しておいてもよいし, 「放物線ツール」を選択してから, グラフィックスビューの何もない所をクリックしても, 新規の点ならば作成される.

²1 つのアイコンから複数のツールへアクセスできるので, 「ツールボックス」とも呼ばれる.

放物線ツールによる作図



画面の青い点は「自由点」であり、自由に動ける点である。他の種類として、薄青と黒の点があり、その意味を下に記す。

点の種類

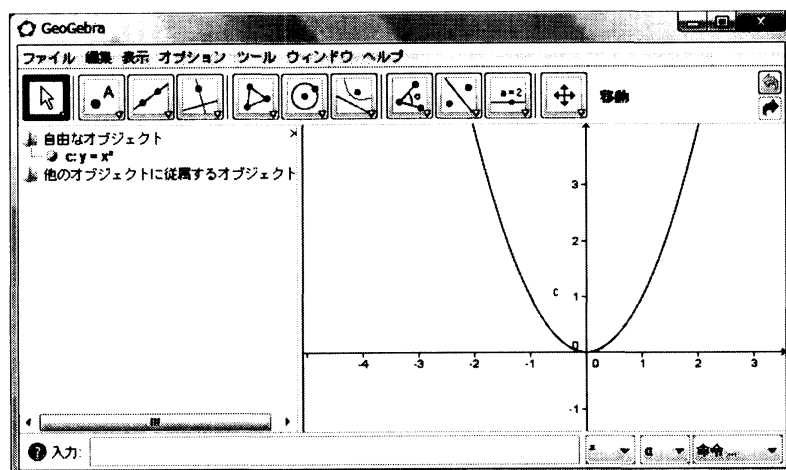
点の色	名前	自由度	意味
青	自由点	2	自由に動かせる
薄青	曲線上の点	1	曲線上を動かせる
黒	他のオブジェクトに従属する点	0	動かせない

上の図で、焦点や直線上の2点はマウスでドラッグでき、それに応じて放物線も変化する。これが動的であるという意味である。さらに、ウィンドウ左部の数式ビューには、放物線の方程式が現れているが、これも点のドラッグにつれて変化している。反対に、上の図の数式ビューで、焦点である点Aの座標をダブルクリックするとダイアログが現れ、座標を変更できる。そうすると、グラフィックスビューの放物線や、数式ビューの方程式もそれにつれて変化する。これが、代数(方程式)と幾何(グラフ)の統合の端的な例である。

3.2 陽関数による曲線の作図

ウィンドウ下部の入力バーでは、いろいろなオブジェクトを入力することができる。例えば、「(2,3)」と入力しEnterキーを押すと、座標(2,3)に点が作図される。また、独立変数 x による数式を入力すると、その関数のグラフが作図される。三角関数をはじめとする初等関数や、一部の特殊関数も組み込みで用意されており利用できる。例えば、入力バーに「 x^2 」と入力すると、放物線 $y = x^2$ が作図される。従属変数 y を用いて「 $y = x^2$ 」でもよいし、「 $g(x) = x^2$ 」のように明示的に関数に名前をつけることもできる。名前を付けなかった場合はアルファベット順に自動的に付けられる。こうして名前の付いた関数は、組み込み関数と同じく入力バーへの入力にも利用できる。

$y = x^2$ を入力バーに入力して放物線を作図



上の図では、放物線をドラッグして平行移動できる。このとき数式ビューの方程式もドラッグにつれて動的に変化し、逆に数式ビューで放物線の方程式を変更するとグラフも動的に変化するのは前述のとおりである。さらに、関数の微分、積分、テイラー展開などの機能も持ち、GeoGebraは代数、幾何、解析を統合した数学ソフトウェアとなっている。

3.3 陰関数による2次曲線の作図

ツールによって放物線を作図した場合、数式ビューには2次曲線の陰関数表示が現れていた。直線と2次曲線までは、入力バーに陰関数表示で方程式を入力できる。例えば、入力バーに「 $x^2 - 2 * x * y + y^2 - x - y = 0$ 」と入力すると、軸が傾いた放物線が作図される。名前を明示的に付けたい場合は、「c: $x^2 - 2 * x * y + y^2 - x - y = 0$ 」のようにする。

3.4 軌跡による曲線の作図

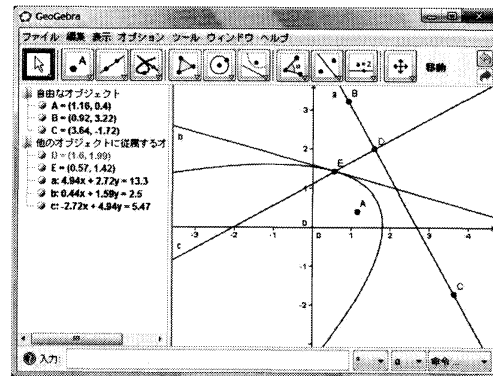
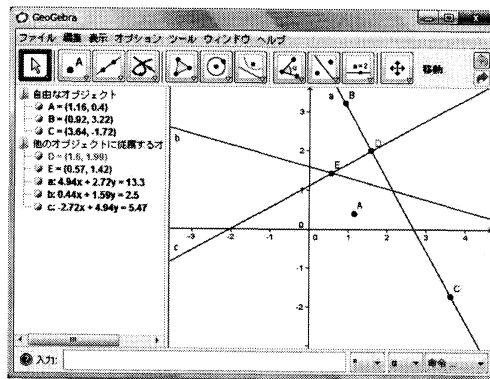
他の幾何ソフトウェア同様に、軌跡により曲線を作図することができる。軌跡を用いて再び放物線を作図してみる。焦点Aと、Aを通過しない準線aが与えられたとき、以下を順に作図する。

- (1) a上の点D(「新規の点ツール」)
- (2) 線分ADの垂直二等分線b(「垂直二等分線ツール」)
- (3) 点Dを通り直線aに垂直な直線c(「垂線ツール」)
- (4) bとcの交点E(「交点ツール」または「新規の点ツール」)

このとき、点EはAからの距離と直線aからの距離が等しい点であり、点Dが直線a上を動くならば、点Eは、焦点がAで準線がaの放物線を描くはずである。

点 A と直線 BC から等距離な点 E の作図

軌跡ツールで点 E の軌跡を作図

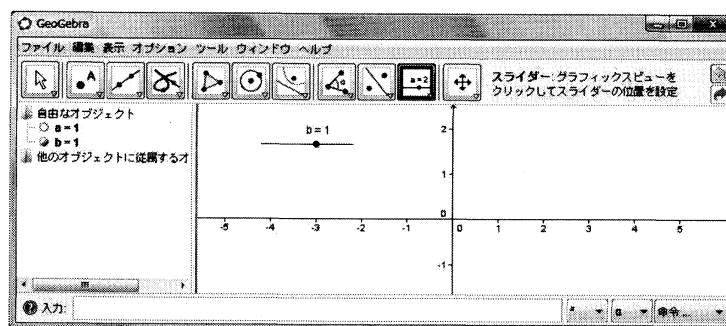


点 D のような曲線 (特に今の場合は直線) 上を動く点 (つまり薄青色の点) があるとき, その移動にともなって動く点 E の軌跡を作図することができる. 「軌跡ツール」を選択し, まず点 E, 点 D の順にクリックすると作図される. 現在のところ, 軌跡は他のオブジェクトと異なり, その方程式が見られないどころか数式ビューにも現れない. この点については改良中である (第 5 節参照).

3.5 スライダー

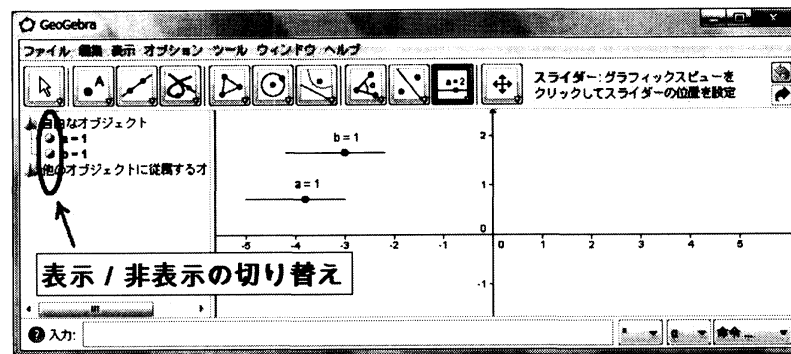
入力バーに, 例えば「 $a = 1$ 」と入力しても, グラフィックスビューには何も現れない. つまり, 数値というオブジェクトは, 一見グラフィカルな表示を持たないように思えるがそうではない. 「スライダーツール」を選択して, グラフィックスビューをクリックすると下図のようにスライダーと呼ばれるオブジェクトがグラフィックスビューに現れる.

スライダー b と数値 a



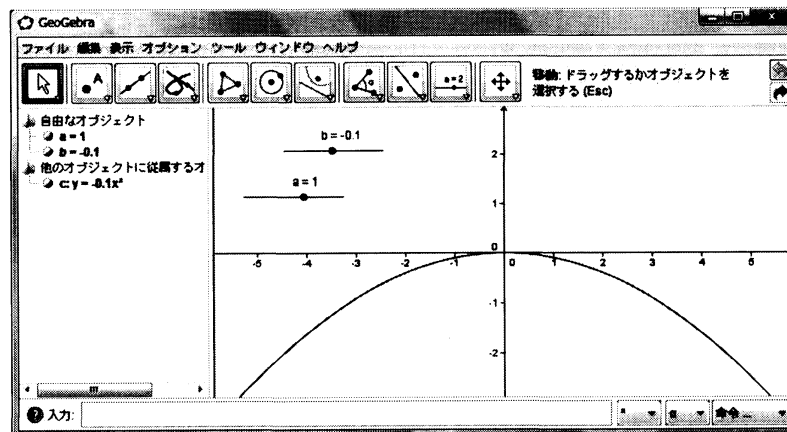
図ではスライダーは b と名付けられている. スライダーの丸いつまみはドラッグすると動かして, 数式ビューにあるスライダーの値はドラッグにつれて変化する. 実は (正確には, 自由な) 数値 a と, スライダー b とは同種のオブジェクトである. 数式ビューでスライダー b の左にある丸いボタンをクリックすると, 非表示にすることもでき, 反対に, 数値 a を非表示から表示に変更すると, スライダーとなってグラフィックスビューに現れる.

数値をスライダーとして表示



数値は、他の式に利用できるから、例えば入力バーで「 $y = b x^2$ 」と入力すると放物線が作図され、なおかつ、スライダー b の値を変化させると、放物線の形が動的に変化する。

スライダーの値を曲線の方程式に利用



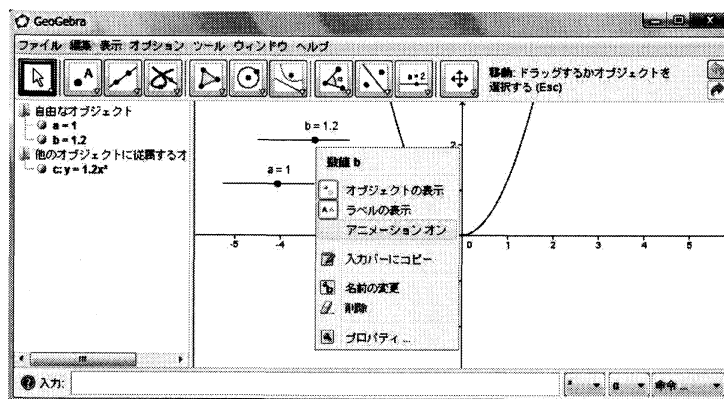
また、数値という一見グラフィカルな表示を持たないオブジェクトが、スライダーという表示を持っているのと同様に、真偽値 `true` と `false` は、そのグラフィカルな表示がチェックボックスである。オブジェクトの表示／非表示などをこのチェックボックスで制御することも可能である。³

3.6 アニメーション

スライダーを用いるとアニメーションが可能である。スライダーを右クリックすると現れるメニュー（コンテキストメニューと呼ばれる）から「アニメーションオン」を選択すると、スライダーの値が自動で変化する。スライダーの値を作図に用いていれば、その図形がスライダーの値の自動的な変化につれて変形する。さらに、複数のスライダーを同時にアニメーションさせられるので、複雑なアニメーションも可能である。

³例えば c という真偽値（そのグラフィカルな表示はチェックボックス）があるとする。表示／非表示を制御したいオブジェクトを右クリックすると選択できるプロパティダイアログを開き、その「上級」タブの「オブジェクト表示の条件」に、条件式として「 c 」を入力すればよい。

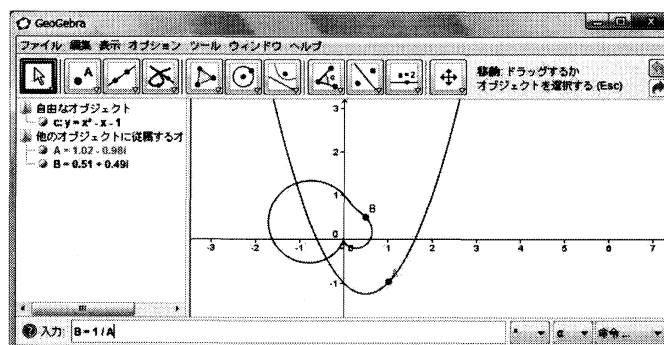
スライダーのアニメーション



3.7 複素数

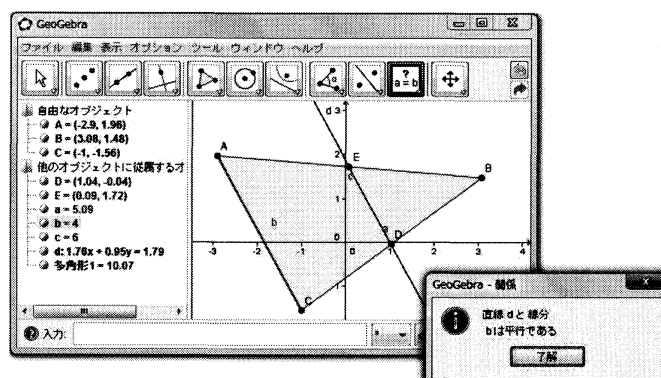
点の座標は、初期状態では直交座標で数式ビューに表示されているが、点を右クリックしてコンテキストメニューからプロパティダイアログを開けば、極座標表示や複素数に変更できる。特に、複素数の表示にしてある点どうしは四則演算も可能であり、複素数平面における演算の幾何的表示が容易である。

複素数 A が放物線上を動くときの $B = 1/A$ の軌跡



3.8 自動定理証明

関係ツールによる自動定理証明



GeoGebra の自動定理証明機能を用いると、2 直線が平行あるいは垂直か判定するかどうか、点が直線上にあるかといった、2 つのオブジェクトの間にどのような関係があるかを知らせてくれる。「関係ツール」がそのためのツールであり、このツールを選択して 2 つのオブジェクトをクリックすればよい。

4 利用例

以下に日本での利用例を筆者の知る範囲で記す。偶然かも知れないが、大学教員の手によるものばかりである。これも、まだ普及が進んでいないことのあらわれかも知れない。

- 大西氏 (龍谷大学)
教員免許更新講習などでの利用。
- 示野氏 (関西学院大学)
解析学の 1 回生向けの教材をウェブページに公開 [17]。
- 野呂氏 (神戸大学)
常翔啓光学園にて出前授業での利用。
- 濱田氏 (福岡大学)
高校教員向け、高校生向けの講習など [14]。
- 前野氏 (琉球大学)
授業で用いる物理の教材。

5 最新の開発状況

5.1 Google Summer of Code 2010

2010 年の Google Summer of Code (Google のサイト [13], GeoGebraWiki の記述 [12]) に GeoGebra が参加しており、以下のプロジェクトが募集された。そのうち、実際に学生を受け入れたのは、「*」の付いているプロジェクトのみではあるが、この一覧を見ると開発の方向が見てとれる。

GeoGebra to JavaScript Port 例えば iPad への搭載には必須と思われる。また、学校のコンピュータでは Java がインストールされていない、あるいは、できない場合も多く、Java がなくとも動くというのは大きな利点になる。

GeoGebra GUI extension (*) インターフェイスの改善。各ビューの配置に自由度を持たせたり、各ビューを独立したウィンドウで開いたりすることを目指す。その成果は、既に GeoGebra 4.0 のベータ版に取り入れられているようである。

GeoGebra3D (*) まだ利用可能な機能は十分ではないが、ベータ版の紹介を後述する。

GeoGebraTouch (*) タッチスクリーンなどで GeoGebra を利用する技術の開発を目指す. iPod Touch 用という意味ではないことは注意しておく.

GeoGebraSpreadsheet 表計算ビューの機能拡張.

Equation Editor for GeoGebra 現在も, テキストオブジェクトとしては, 数式を \LaTeX 形式で入力できるが, より容易な入力方法を取り入れる.

Locus line equation (*) 前述したように軌跡はその方程式が表示されていないが, その表示の実現を目指す.

Contour and Implicit Plotting (*) 陰関数のグラフは, 現在は2次曲線までであるが, 任意の陰関数のグラフの描画を目指す.

GeoGebraXO OLPC XO 1.5 での動作を目指す.

GeoGebra Installers & Auto-Updating Windows や Mac の使い易いインストーラの開発や, Web Start に代わる, 特に Ubuntu 向けの自動アップデート機能の開発.

GeoGebra & Moodle e-ラーニングシステム Moodle との連携.

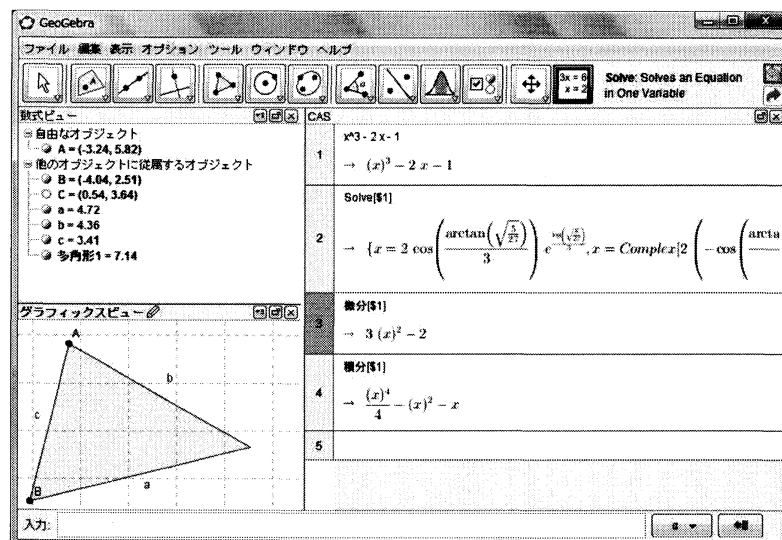
GeoGebra & Sage 数式処理システム Sage との連携.

GeoGebra & STACK オンラインアセスメントシステム STACK との連携.

GeoGebra & MathPiper GeoGebra が内部で利用している数式処理システムである MathPiper に関するテストスイートの開発.

5.2 GeoGebraCAS

CAS ビュー (右側の区画)



CAS (Computer Algebra System, 数式処理システム) を GeoGebra に取り入れる計画があり, 現在ベータ版の Web Start が公開されている. GeoGebra のバージョン 4.0 以降では, CAS ビューが使用でき, 方程式の求解や, 多項式の展開, 因数分解をしたり, 1 変数関数の上極限, 下極限なども新たに計算できるようになった (ベータ版の URL は, <http://www.geogebra.org/webstart/beta/geogebra-cas.jnlp>).

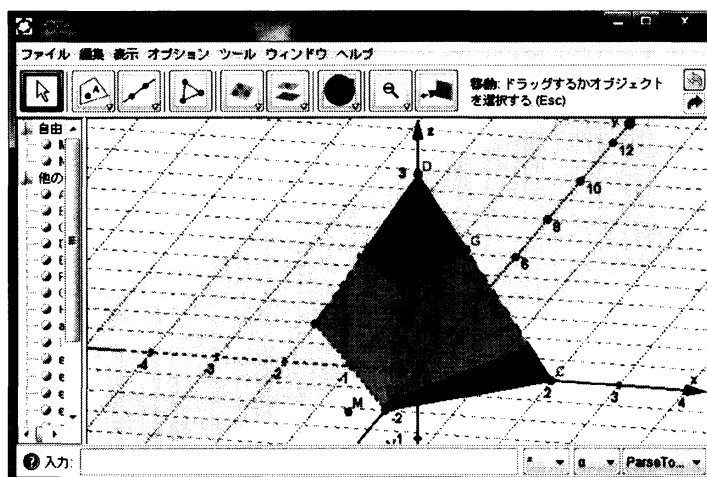
5.3 GeoGebra3D

3次元の作図に対応したGeoGebra3Dも、既にベータ版のWeb Startが公開されている(<http://www.geogebra.org/webstart/3Dbeta/geogebra-3d-beta.jnlp>). 現在扱うことのできるオブジェクトは以下の通りである.

GeoGebra3D のオブジェクト

点, ベクトル, 直線, 線分, 半直線, 円, 平面, 球面, 角錐, 角柱,
曲面 ($z = f(x, y)$ のグラフ)

GeoGebra3D



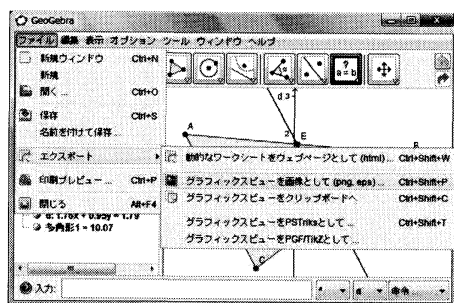
しかし, これらのオブジェクトの操作については, 移動ができる程度であり, 簡単な変形は可能だが, 回転などはまだサポートされていない. 実際の使用においてはまだまだ不十分であるため, 今後の開発が期待される.

6 各種フォーマットへのエクスポート

6.1 画像としてエクスポート

ファイルメニューの「エクスポート」から, 画像へのエクスポートが選択できる. 対応している画像フォーマットを下の表に記す. ファイルへのエクスポートだけでなく, クリップボードへの保存もできる. PSTricks 形式を \LaTeX で処理する場合は, pstricks パッケージのバージョンを新しいものにすることがあるかも知れない. また, dvi ファイルから ps や pdf のファイルにするときも, pstricks-add.pro などの .pro ファイルがいくつか必要になるかも知れない. 筆者の環境でも当初はコンパイルできなかったが, \LaTeX の出力するエラーメッセージを頼りに, 必要なファイルを CTAN (Comprehensive TeX Archive Network) から取得するなどすれば, 筆者の環境でコンパイルし, ps や pdf ファイルに変換できることを確認した.

エクスポートメニュー



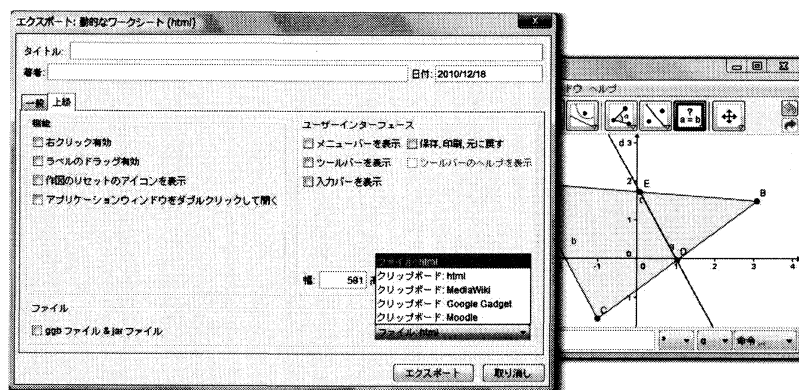
GeoGebra がエクスポートできるフォーマット

png	Portable Network Graphics
pdf	Portable Document Format
eps	Encapsulated Postscript
svg	Scalable Vector Graphics
emf	Enhanced Metafile
PSTricks	L ^A T _E X で利用できる
PGF/TikZ	L ^A T _E X で利用できる

6.2 動的なウェブページとしてエクスポート

ファイルメニューの「エクスポート」からは、ウェブページへのエクスポートも選択できる。これにより、GeoGebraのJava アプレットが動作するウェブページのhtml ファイルを生成できる。アプレットの縦と横のサイズや、数式ビューやメニューバーなどの表示／非表示も指定できる。

ウェブページへのエクスポートのダイアログ



第4節で紹介した利用例でも、この機能でウェブページを生成している。Java アプレットで動作する GeoGebra は、Web Start で動作する GeoGebra とまったく同じ機能を持つため、手元の GeoGebra ファイルが、ウェブページ上に完全に再現できる。

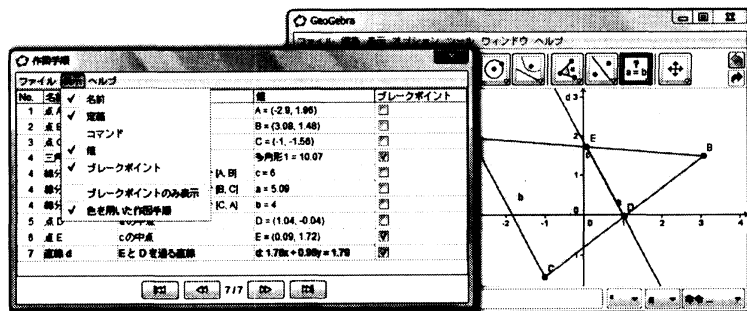
7 作図手順の再生

メニューの「表示」から「作図手順...」を選択すると、作図手順ウィンドウが開く。作図手順ウィンドウの矢印ボタンをクリックすることで、行った作図の手順を行きつ戻りつして、作図の手順を再生できる。また、依存関係が許せば、作図の順序を変更することも可能である。

作図手順ウィンドウのメニューから「ブレークポイント」を選択すると、ブレークポイントを設定できる。そして、メニューから「ブレークポイントのみ表示」を選択すると、作図手順を矢印ボタンのクリックで再生するとき、ブレークポイントを設定した箇所まで一気に進む。これを利用すると、一定のまとまりごとに作図を再生するよう指定

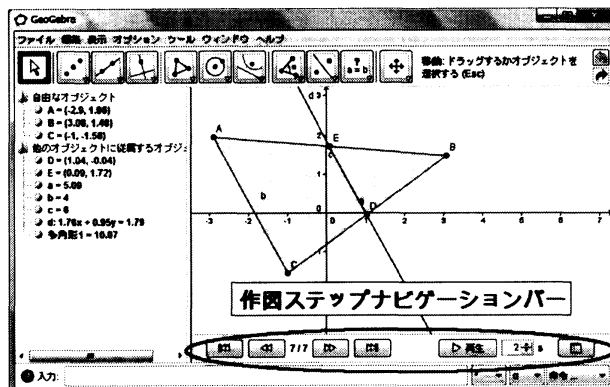
ができるため、プレゼンテーションの際有用である。

作図手順ウィンドウ



GeoGebra のメニューの「表示」から「作図ステップナビゲーションバー」を選択すると、再生するための矢印がメインのウィンドウにも現れるため、作図手順ウィンドウを開かなくても、効率的なプレゼンテーションが可能である。さらに、これはウェブページとしてエクスポートしたときも有効であるので、ウェブに掲載する際にも利用できる。

作図手順ナビゲーションバー



8 ツールの作成とプログラミング

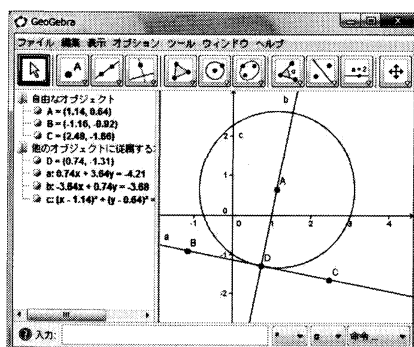
8.1 ツールの作成

GeoGebra ではユーザ定義のツールが作成可能である。GeoGebra でのツール定義は、目的のオブジェクトを作図してから、その手順をツールとして定義するという、通常のプログラミング言語と比べると非常に特徴のある方法を採用している。例えば、標準のツールにはない機能である、「点 A と直線 a が与えられたときに、中心が A で直線 a に接する円」を作図するツールを作成してみる。まず、目的の円を、例えば以下のように作図する。

- (1) 点 A (オブジェクトの名前は違っても知れない。以下も同様)
- (2) 2 点 B と C を通る直線 a
- (3) 点 A を通り直線 a に直交する直線 b
- (4) 2 直線 a と b の交点 D

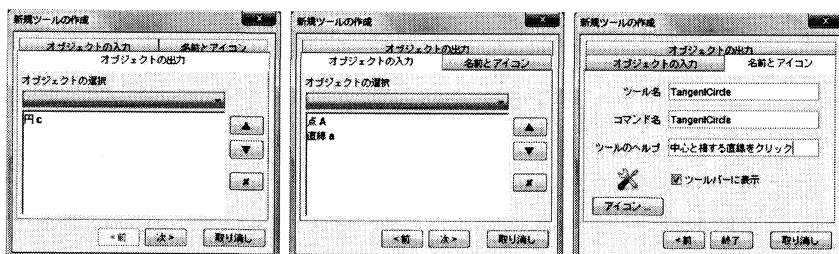
(5) 中心が点 A で、点 D を通過する円 c

中心が点 A で直線 BC に接する円 c の作図



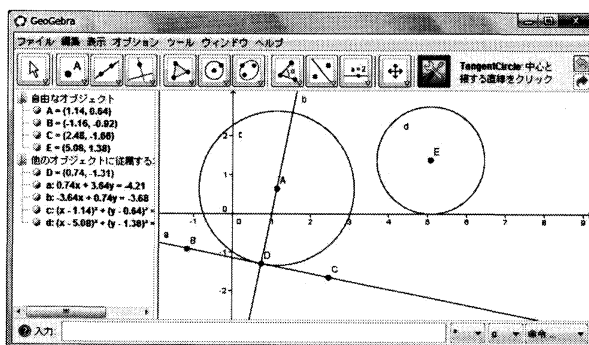
次に、「ツール」メニューから「新規ツールの作成...」を選択し、ツール作成のダイアログを開く。

新規ツール作成. 順に、出力オブジェクト、入力オブジェクト、名前とアイコンの設定



まず、出力オブジェクトのリストから円 c を選択する。次に、入力オブジェクトのタブに移ると、円 c を作成するのに必要だった自由なオブジェクトが自動的に一覧されている。今の例だと、3 点 A, B, C になる。自動的に生成される入力オブジェクトの一覧を変更する必要がある場合もあるが、今の場合、2 点 B, C の代わりに、直線 a を選択しておく。最後に「名前とアイコン」タブでツールの名前 (TangentCircle とする) や、ツールバー右隣に現れる短かいヘルプを入力するとツールが作成され、今作成したツールがツールバーに現れる。

ユーザ定義のツールが加わったツールバー



このツールを使うには、ツールを選択して、点、直線の順にクリックすればよい。また、点 P と直線 l があるときに、入力バーに「TangentCircle[P, l]」と入力し、コマンドとして利用することもできる。コマンドを作成することが GeoGebra ではプログラ

ミングにあたるので、マウスだけである程度のプログラミングができる環境であるとも言える。

8.2 プログラミング

入力バーで利用できるコマンドや関数⁴は、ツールバーに現れるコマンド群よりもはるかに多くあるので、ここで完全な解説はできない。特徴だけ述べると以下ようになる。

- 繰り返し構造を実現する命令はない。代わりに、インデックスをある範囲で動かしながらオブジェクトを生成して、それらを集めたりリストを作成する命令

Sequence[生成するオブジェクト, 変数, 開始値, 終了値]

がある。

- 一部のコマンドでは、関数を第1級オブジェクトとして扱う。例えば、関数 f があるとき、初期値 x に f を n 回続けて適用するコマンド

Iteration[f , x , n]

がある。

- 再帰を利用したツール定義ができない。フィボナッチ数列の第 n 項を求めるコマンドを作成するにはどうすればよいか、というユーザーフォーラムでの質問に対して、開発者グループは表計算ビューにフィボナッチ数列を作成すればよいという回答を寄せたが、カプセル化されていない点、動的でない点など筆者は不満である。
- リスト操作が貧弱である。例えばリストの第 n 要素へのアクセスも構文糖がなく、`Element[list, n]` とするしか方法がない。
- 一部のコマンドでは、自然に思える多態性が満たされない。

このように、通常の手続き型言語のプログラミングよりも、関数型言語のプログラミングに近いのであるが、幾何ソフトウェアではなくプログラミング言語として見ると、再帰が不可能であるなど言語体系が未完成であるため、実際のプログラミングには苦勞が伴う。さらに、すべてのコマンドは入力バー1行に収めて実行しなくてはならない。

ここでは簡単な例として、座標 $(0, n)$ に、 n , Fizz, Buzz, FizzBuzz のいずれかのテキストを作成する FizzBuzz 問題を取り上げる。 n が3の倍数なら Fizz, 5の倍数なら Buzz, 15の倍数なら FizzBuzz, いずれでもないなら n を表示する問題である。次のコマンドを順に入力バーで実行する。⁵

⁴関数は実数引数の実数値関数という意味で用いられる。つまり数学の意味の関数に近い。コマンドは、引数も返り値もさまざまにとれるので、プログラミング言語としての関数の意味に近い。ただし、関数は受け付けるが、実数引数で実数値を返すコマンドは受け付けない命令(例えば Iteration)があるなど、両者の扱いは異なる。

⁵グラフィックスビューにおいてマウスで実行可能なコマンドであれば、必ずしも入力バーで実行する必要はない。

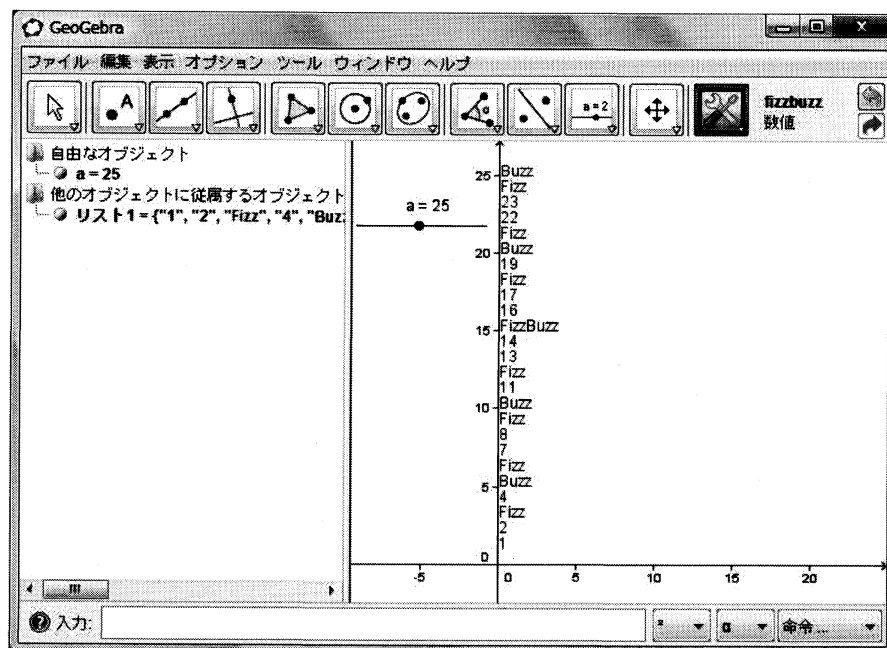
- (1) $n = 15$
- (2) $L = \{\text{Text}[n, \text{true}], \text{"Fizz"}, \text{"Buzz"}, \text{"FizzBuzz"}\}$
- (3) $r3 = \text{If}[\text{Mod}[n, 3] == 0, 1, 0]$
- (4) $r5 = \text{If}[\text{Mod}[n, 5] == 0, 1, 0]$
- (5) $S = \text{Element}[L, 2 r5 + r3 + 1]$

ここで出力オブジェクト S , 入力オブジェクト n , コマンド名 `fizzbuzz1` でツールを作成する. 引き続き以下を実行する.

- (6) $m = 30$
- (7) $M = \text{Sequence}[\text{Text}[\text{fizzbuzz1}[i], (0, i)], i, 1, m]$

ここで出力オブジェクト M , 入力オブジェクト m でツールを作成し, コマンド名を `fizzbuzz` とする. これで FizzBuzz 問題のプログラムが完成である. `fizzbuzz` ツールを選択して, 数値やスライダーをクリックしたり, 入力バーで `fizzbuzz[100]` とすれば, 1 から引数として与えられた整数までに対して, Fizz や Buzz を表示する.

`fizzbuzz[a]` の実行結果



言語体系は未完成であるが, 工夫をすれば複雑なプログラミングも可能である. 例えば, 図の中心点ともう 1 点を与えるとペンローズタイリングを作図するツールも作成でき, その実行結果を本稿の最初のページに掲げた.

9 入手可能な情報

現在, インターネットで入手可能な情報のうち, 筆者が知る主なものをまとめておく. ただし, 書籍は, 国内では皆無であり, 国外でも入手可能なものはほとんどないよう

ある。まず公式なものをあげる。

GeoGebra ホームページ [2]	公式ホームページ
公式ヘルプ [3]	バージョン 3.2 向けのマニュアル
公式クイックスタート [4]	
GeoGebra User Forum [5]	多言語の掲示板だが、日本語はない
GeoGebra Wiki [6]	教材や情報が集積されている
Introduction to GeoGebra 3.0 [7]	本。電子版もある
Google group [8]	メーリングリストなど
Facebook [9]	
YouTube チャンネル [10]	チュートリアルビデオ

以下に公式ではないものをあげる。

Wikipedia 日本語版の GeoGebra の項 [11]	
KnxmWiki の GeoGebra のページ [14]	濱田氏 (福岡大) による Wiki
Google Group 動的幾何学ソフトウェア [15]	
動的幾何教材 Wiki [16]	飯島氏 (愛知教育大) による Wiki
テイラーの定理はじめの一步 [17]	示野氏 (関西学院大) による教材
GeoGebra Step-by-Step Tutorial Series [18]	
GeoGebra 日本 [19]	筆者によるサイト

参考文献

- [1] 濱田龍義, 大学初年級における GeoGebra の教育利用, 数理解析研究所講究録 1674 (2010).
- [2] GeoGebra 公式ホームページ, <http://www.geogebra.org/>.
- [3] GeoGebra の公式ヘルプ, <http://www.geogebra.org/help/docuja/>.
- [4] GeoGebra クイックスタート,
<http://www.geogebra.org/help/geogebraquickstart-ja.pdf>
- [5] GeoGebra User Forum, <http://www.geogebra.org/forum/>.
- [6] GeoGebra Wiki, http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Main_Page.
- [7] Judith Hohenwarter and Markus Hohenwarter, *Introduction to GeoGebra 3.0*,
<http://www.geogebra.org/book/intro-ja.pdf>,
<http://www.geogebra.org/book/intro-ja/>.
- [8] Google group の GeoGebra のページ,
<http://groups.google.com/group/geogebra>.

- [9] facebook の GeoGebra のページ, <http://www.facebook.com/geogebra>.
- [10] YouTube の GeoGebra のチャンネル,
<http://www.youtube.com/geogebrachannel>.
- [11] Wikipedia の GeoGebra の項, <http://ja.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>.
- [12] GeoGebra Wiki の Google Summer of Code 2010 のページ,
<http://www.geogebra.org/trac/wiki/Gsoc2010>.
- [13] Google の GeoGebraGoogle Summer of Code 2010 のページ,
<http://socghop.appspot.com/gsoc/org/home/google/gsoc2010/geogebra>.
- [14] KnxmWiki の GeoGebra のページ,
<http://www.knoppix-math.org/wiki/index.php?GeoGebra>.
- [15] Google group の動的幾何学ソフトウェアのページ,
<http://groups.google.com/group/interactivegeometry>.
- [16] 動的幾何教材 Wiki, <http://iiijima.auemath.aichi-edu.ac.jp/dgswiki/>.
- [17] テイラーの定理はじめの一步,
<http://sci-tech.ksc.kwansei.ac.jp/~shimeno/math/taylor/taylor.html>.
- [18] Mathematics and Multimedia GeoGebra Step-by-Step Tutorial Series,
<http://math4allages.wordpress.com/geogebra/>.
- [19] GeoGebra 日本, <http://sites.google.com/site/geogebrajp/>.